## Corrigé de l'exercice 1

Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A=\frac{10}{7}\div\left(\frac{-8}{13}-\frac{-13}{5}\right)$$

$$A=\frac{10}{7}\div\left(\frac{-8_{\times5}}{13_{\times5}}-\frac{-13_{\times13}}{5_{\times13}}\right)$$

$$A=\frac{10}{7}\div\left(\frac{-40}{65}-\frac{-169}{65}\right)$$

$$A=\frac{10}{7}\div\frac{129}{65}$$

$$A=\frac{10}{7}\times\frac{65}{129}$$

$$\boxed{A=\frac{650}{903}}$$

$$B=\frac{\frac{8}{5}-5}{\frac{-4}{9}+9}$$

$$B=\frac{\frac{8}{5}-\frac{5_{\times5}}{1_{\times5}}}{\frac{-4}{9}+\frac{9_{\times9}}{1_{\times9}}}$$

$$B=\frac{\frac{8}{5}-\frac{25}{5}}{\frac{-4}{9}+\frac{81}{9}}$$

$$B=\frac{-17}{5}\div\frac{77}{9}$$

$$B=\frac{-17}{5}\times\frac{9}{77}$$

$$\boxed{B=\frac{-153}{385}}$$

$$C=-10-\frac{20}{3}\div\frac{20}{3}$$

$$C=-10-\frac{20}{3}\times\frac{3}{20}$$

$$C=-10-\frac{1\times\cancel{20}}{1\times\cancel{3}}\times\frac{1\times\cancel{3}}{1\times\cancel{20}}$$

$$C=-10-1$$

$$C=\frac{-10}{1}-\frac{1}{1}$$

$$\boxed{C=-11}$$

## Corrigé de l'exercice 2

Calculer les expressions suivantes et donner l'écriture scientifique du résultat.

$$A=\frac{0{,}8\times10^{9}\times2{,}1\times10^{-8}}{9{,}6\times\left(10^{9}\right)^{4}}$$

$$A=\frac{0{,}8\times2{,}1}{9{,}6}\times\frac{10^{9+(-8)}}{10^{9\times4}}$$

$$A=0{,}175\times10^{1-36}$$

$$A=1{,}75\times10^{-1}\times10^{-35}$$

$$\boxed{A=1{,}75\times10^{-36}}$$

$$B=\frac{6\ 300\times10^{-5}\times0{,}35\times10^{6}}{1{,}26\times\left(10^{-3}\right)^{2}}$$

$$B=\frac{6\ 300\times0{,}35}{1{,}26}\times\frac{10^{-5+6}}{10^{-3\times2}}$$

$$B=1\ 750\times10^{1-(-6)}$$

$$B=1{,}75\times10^{3}\times10^{7}$$

$$\boxed{B=1{,}75\times10^{10}}$$

## Corrigé de l'exercice 3

**►1.** Les nombres 213 900 et 41 170 sont-ils premiers entre eux ?

213 900 et 41 170 se terminent tous les deux par zéro donc ils sont divisibles par 10.

213 900 et 41 170 ne sont donc pas premiers entre eux

**►2.** Calculer le plus grand commun diviseur (PGCD) de 213 900 et 41 170.

On calcule le PGCD des nombres 213 900 et 41 170 en utilisant l'algorithme d'Euclide.

$213\ 900 = 41\ 170 \times 5 + 8\ 050$

$41\ 170 = 8\ 050 \times 5 + 920$

$8\ 050 = 920 \times 8 + 690$

$920 = 690 \times 1 + 230$

$690 = 230 \times 3 + 0$

$\boxed{\text{Donc le PGCD de 213 900 et 41 170 est 230}}$.

**►3.** Simplifier la fraction $\dfrac{213\ 900}{41\ 170}$ pour la rendre irréductible en indiquant la méthode.

$$\frac{213\ 900}{41\ 170} = \frac{213\ 900 \div 230}{41\ 170 \div 230} = \boxed{\frac{930}{179}}$$

## Corrigé de l'exercice 4

Développer et réduire les expressions suivantes.

$A = (2\,x + 2)\,(4\,x - 10)$

$A = 8\,x^2 + (-20\,x) + 8\,x + (-20)$

$\boxed{A = 8\,x^2 - 12\,x - 20}$

$B = (x - 3)^2$

$B = x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2$

$\boxed{B = x^2 - 6\,x + 9}$

$C = (10\,x + 9)\,(10\,x - 9)$

$C = (10\,x)^2 - 9^2$

$\boxed{C = 100\,x^2 - 81}$

$D = (10\,x + 3)^2$

$D = (10\,x)^2 + 2 \times 10\,x \times 3 + 3^2$

$\boxed{D = 100\,x^2 + 60\,x + 9}$

$E = -(4\,x - 2)^2 + (3\,x + 10)\,(-8\,x - 6)$

$E = -((4\,x)^2 - 2 \times 4\,x \times 2 + 2^2) + \left(-24\,x^2\right) + (-18\,x) + (-80\,x) + (-60)$

$E = -(16\,x^2 - 16\,x + 4) - 24\,x^2 - 98\,x - 60$

$E = -16\,x^2 + 16\,x - 4 - 24\,x^2 - 98\,x - 60$

$\boxed{E = -40\,x^2 - 82\,x - 64}$

$F = (x + 6)^2 - (8\,x - 1)\,(8\,x + 1)$

$F = x^2 + 2 \times x \times 6 + 6^2 - ((8\,x)^2 - 1^2)$

$F = x^2 + 12\,x + 36 - (64\,x^2 - 1)$

$F = x^2 + 12\,x + 36 - 64\,x^2 + 1$

$\boxed{F = -63\,x^2 + 12\,x + 37}$

## Corrigé de l'exercice 5

Factoriser les expressions suivantes.

$A = 100\,x^2 - 9 + (-10\,x + 9)\,(10\,x - 3)$

$A = (10\,x)^2 - 3^2 + (-10\,x + 9)\,(10\,x - 3)$

$A = (10\,x - 3)\,(10\,x + 3) + (-10\,x + 9)\,(10\,x - 3)$

$A = (10\,x - 3)\,(10\,x + 3 - 10\,x + 9)$

$\boxed{A = (10\,x - 3) \times 12}$

$B = -(-2\,x - 5)\,(-7\,x + 4) + (-2\,x - 5)^2$

$B = (-2\,x - 5)\left( - (-7\,x + 4) - 2\,x - 5\right)$

$B = (-2\,x - 5)\,(7\,x - 4 - 2\,x - 5)$

$\boxed{B = (-2\,x - 5)\,(5\,x - 9)}$

$C = (5\,x + 3)\,(-2\,x + 6) - (5\,x + 3)$

$C = (5\,x + 3)\,(-2\,x + 6) - (5\,x + 3) \times 1$

$C = (5\,x + 3)\left( - 2\,x + 6 - 1\right)$

$\boxed{C = (5\,x + 3)\,(-2\,x + 5)}$

$D = 81\,x^2 - 1$

$D = (9\,x)^2 - 1^2$

$\boxed{D = (9\,x - 1)\,(9\,x + 1)}$

$E = 36 - (8\,x - 7)^2$

$E = 6^2 - (8\,x - 7)^2$

$E = (6 + 8\,x - 7)\,\big(6 - (8\,x - 7)\big)$

$E = (6 + 8\,x - 7)\,(6 - 8\,x + 7)$

$\boxed{E = (8\,x - 1)\,(-8\,x + 13)}$

$F = (4\,x - 7)\,(4\,x + 4) + (-10\,x + 5)\,(4\,x - 7)$

$F = (4\,x - 7)\,(4\,x + 4 - 10\,x + 5)$

$\boxed{F = (4\,x - 7)\,(-6\,x + 9)}$

## Corrigé de l'exercice 6

On donne $A = (-5\,x - 8)\,(2\,x - 10) + 4\,x^2 - 100$.

▶**1.** Développer et réduire $A$.

$$A = (-5\,x - 8)\,(2\,x - 10) + 4\,x^2 - 100$$

$$A = -10\,x^2 + 50\,x + (-16\,x) + 80 + 4\,x^2 - 100$$

$$A = -10\,x^2 + 34\,x + 80 + 4\,x^2 - 100$$

$$\boxed{A = -6\,x^2 + 34\,x - 20}$$

▶**2.** Factoriser $A$.

$$A = (-5\,x - 8)\,(2\,x - 10) + 4\,x^2 - 100$$

$$A = (-5\,x - 8)\,(2\,x - 10) + (2\,x)^2 - 10^2$$

$$A = (-5\,x - 8)\,(2\,x - 10) + (2\,x - 10)\,(2\,x + 10)$$

$$A = (2\,x - 10)\,(-5\,x - 8 + 2\,x + 10)$$

$$\boxed{A = (2\,x - 10)\,(-3\,x + 2)}$$

▶**3.** Calculer $A$ pour $x = \dfrac{-9}{2}$.

Nous savons que $A = -6\,x^2 + 34\,x - 20$. Donc pour $x = \dfrac{-9}{2}$ :

$$A = -6 \times \left(\frac{-9}{2}\right)^2 + 34 \times \left(\frac{-9}{2}\right) - 20$$

$$A = \frac{-3 \times \cancel{2}}{1} \times \frac{81}{2 \times \cancel{2}} + \frac{17 \times \cancel{2}}{1} \times \frac{-9}{1 \times \cancel{2}} - 20$$

$$A = \frac{-243}{2} + \frac{-306}{2} + \frac{-40}{2}$$

$$\boxed{A = \frac{-589}{2}}$$

▶**4.** Résoudre l'équation $A = 0$.

Nous savons que $A = (2\,x - 10)\,(-3\,x + 2)$. Nous devons donc résoudre $(2\,x - 10)\,(-3\,x + 2) = 0$.
Un produit de facteurs est nul signifie qu'un des facteurs est nul. Donc :

$2\,x - 10 = 0$ ou $-3\,x + 2 = 0$

$2\,x = 10$ ou $-3\,x = -2$

$x = \dfrac{10}{2}$ ou $x = \dfrac{2}{3}$

$$\boxed{\text{Les solutions de cette équation sont } 5 \text{ et } \frac{2}{3}.}$$

## Corrigé de l'exercice 7

Résoudre l'équation :

$$\frac{-x+9}{3}-\frac{5x+7}{2}=\frac{-x-8}{4}$$

$$\frac{(-x+9)_{\times 4}}{3_{\times 4}}-\frac{(5x+7)_{\times 6}}{2_{\times 6}}=\frac{(-x-8)_{\times 3}}{4_{\times 3}}$$

$$\frac{-4x+36-(30x+42)}{\cancel{12}}=\frac{-3x-24}{\cancel{12}}$$

$$-4x+36-30x-42=-3x-24$$

$$-34x-6=-3x-24$$

$$-34x+3x=-24+6$$

$$-31x=-18$$

$$x=\frac{18}{31}$$

$$\boxed{\text{La solution de cette équation est } \frac{18}{31}.}$$

## Corrigé de l'exercice 8

►**1.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ avec $a$ et $b$ entiers, $b$ le plus petit possible.

$$A=3\sqrt{8}+4\sqrt{32}-5\sqrt{18}$$

$$A=3\sqrt{4}\times\sqrt{2}+4\sqrt{16}\times\sqrt{2}-5\sqrt{9}\times\sqrt{2}$$

$$A=3\times 2\times\sqrt{2}+4\times 4\times\sqrt{2}-5\times 3\times\sqrt{2}$$

$$A=6\sqrt{2}+16\sqrt{2}-15\sqrt{2}$$

$$\boxed{A=7\sqrt{2}}$$

$$B=\sqrt{63}\times\sqrt{28}\times\sqrt{112}$$

$$B=\sqrt{9}\times\sqrt{7}\times\sqrt{4}\times\sqrt{7}\times\sqrt{16}\times\sqrt{7}$$

$$B=3\times\sqrt{7}\times 2\times\sqrt{7}\times 4\times\sqrt{7}$$

$$B=24\times\left(\sqrt{7}\right)^2\times\sqrt{7}$$

$$B=24\times 7\times\sqrt{7}$$

$$\boxed{B=168\sqrt{7}}$$

►**2.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a+b\sqrt{c}$ avec $a$, $b$ et $c$ entiers.

$$C=\left(3\sqrt{10}-3\sqrt{6}\right)^2$$

$$C=\left(3\sqrt{10}\right)^2-2\times 3\sqrt{10}\times 3\sqrt{6}+\left(3\sqrt{6}\right)^2$$

$$C=9\times 10-18\sqrt{60}+9\times 6$$

$$\boxed{C=144-18\sqrt{60}}$$

$$D=\left(2\sqrt{7}+5\sqrt{3}\right)^2$$

$$D=\left(2\sqrt{7}\right)^2+2\times 2\sqrt{7}\times 5\sqrt{3}+\left(5\sqrt{3}\right)^2$$

$$D=4\times 7+20\sqrt{21}+25\times 3$$

$$\boxed{D=103+20\sqrt{21}}$$

►**3.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier.

$E = \left(2 - 5\sqrt{2}\right)\left(2 + 5\sqrt{2}\right)$

$E = 2^2 - \left(5\sqrt{2}\right)^2$

$E = 4 - 25 \times 2$

$\boxed{E = -46}$

$F = \dfrac{32\sqrt{90}}{6\sqrt{160}}$

$F = \dfrac{32 \times \sqrt{9} \times \cancel{\sqrt{10}}}{6 \times \sqrt{16} \times \cancel{\sqrt{10}}}$

$F = \dfrac{32 \times 3}{6 \times 4}$

$\boxed{F = 4}$

## Corrigé de l'exercice 9

Résoudre le système d'équations suivant : $\begin{cases} -6\,x - 5\,y = 22 & (\times 4) \\ -8\,x - 9\,y = 48 & (\times(-3)) \end{cases}$

$\begin{cases} -24\,x - 20\,y = 88 \\ 24\,x + 27\,y = -144 \end{cases}$ On ajoute les deux lignes

$\cancel{-24\,x} - 20\,y \cancel{+24\,x} + 27\,y = 88 - 144$

$7\,y = -56$

$\boxed{y = \dfrac{-56}{7} = -8}$

$-6\,x - 5\,y = 22$ et $y = -8$ donc :

$-6\,x - 5 \times (-8) = 22$

$-6\,x = 22 - 40$

$\boxed{x = \dfrac{-18}{-6} = 3}$

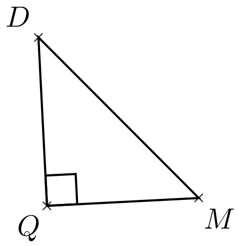
La solution de ce système d'équations est $(x;\ y) = (3;\ -8)$.

Vérification : $\begin{cases} -6 \times 3 - 5 \times (-8) = -18 + 40 = 22 \\ -8 \times 3 - 9 \times (-8) = -24 + 72 = 48 \end{cases}$

## Corrigé de l'exercice 10

Soit $MQD$ un triangle rectangle en $Q$ tel que $DQ = 7{,}2\,\text{cm}$ et $MQ = 6{,}5\,\text{cm}$. Calculer la longueur $DM$.

..........................................................................




Le triangle MQD est rectangle en Q donc, d'après le **théorème de Pythagore** :

$DM^2 = MQ^2 + DQ^2$ (car $[DM]$ est *l'hypoténuse*)

$DM^2 = 6{,}5^2 + 7{,}2^2$

$DM^2 = 42{,}25 + 51{,}84$

$DM^2 = 94{,}09$

$\boxed{\text{Donc } DM = \sqrt{94{,}09} = 9{,}7\,\text{cm}}$

## Corrigé de l'exercice 11

Soit $EFH$ un triangle tel que : $EF = 15{,}6\,\text{cm}$ , $FH = 6\,\text{cm}$ et $EH = 14{,}4\,\text{cm}$.
Quelle est la nature du triangle $EFH$ ?

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Le triangle EFH n'est ni isocèle, ni équilatéral.

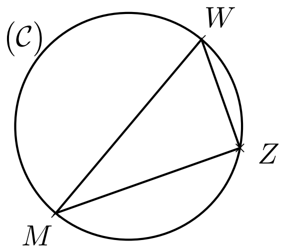
$$\left.\begin{array}{l} \bullet EF^2 = 15{,}6^2 = 243{,}36 \qquad \text{([}EF\text{] est le plus grand côté.)} \\ \\ \bullet FH^2 + EH^2 = 6^2 + 14{,}4^2 = 243{,}36 \end{array}\right\} \text{Donc } EF^2 = FH^2 + EH^2.$$

D'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, $\boxed{\text{le triangle } EFH \text{ est rectangle en } H.}$

## Corrigé de l'exercice 12

$(\mathcal{C})$ est un cercle de diamètre $[MW]$ et $Z$ est un point de $(\mathcal{C})$.
On donne $MW = 6{,}5\,\text{cm}$ et $WZ = 3{,}3\,\text{cm}$.
Calculer la longueur $MZ$.

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .




$[MW]$ est le diamètre du cercle circonscrit au triangle $WZM$.

$\boxed{\text{Donc le triangle WZM est rectangle en Z.}}$

D'après le **théorème de Pythagore** :

$MW^2 = WZ^2 + MZ^2$ (car $[MW]$ est *l'hypoténuse*)

$MZ^2 = MW^2 - WZ^2$ (On cherche $MZ$)

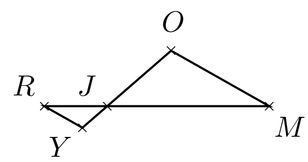
$MZ^2 = 6{,}5^2 - 3{,}3^2$

$MZ^2 = 42{,}25 - 10{,}89$

$MZ^2 = 31{,}36$

$\boxed{\text{Donc } MZ = \sqrt{31{,}36} = 5{,}6\,\text{cm}}$

## Corrigé de l'exercice 13




Sur la figure ci-contre, les droites $(MO)$ et $(RY)$ sont parallèles.
On donne $JM = 6{,}9$ cm, $MO = 4{,}8$ cm, $JY = 1{,}4$ cm et $YO = 5$ cm.
Calculer $JR$ et $RY$.

.....................................................................................

Les points $J$, $R$, $M$ et $J$, $Y$, $O$ sont alignés et les droites $(MO)$ et $(RY)$ sont parallèles.

D'après le **théorème de Thalès** : $\dfrac{\mathbf{JM}}{\mathbf{JR}} = \dfrac{\mathbf{JO}}{\mathbf{JY}} = \dfrac{\mathbf{MO}}{\mathbf{RY}}$

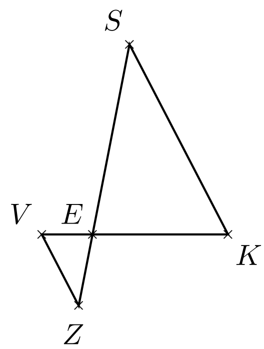
De plus $JO = YO - JY = 3{,}6$ cm

$$\frac{6{,}9}{JR} = \frac{3{,}6}{1{,}4} = \frac{4{,}8}{RY}$$

$\dfrac{3{,}6}{1{,}4} = \dfrac{6{,}9}{JR}$ donc $\boxed{JR = \dfrac{6{,}9 \times 1{,}4}{3{,}6} \simeq 2{,}683\text{ cm}}$

$\dfrac{3{,}6}{1{,}4} = \dfrac{4{,}8}{RY}$ donc $\boxed{RY = \dfrac{4{,}8 \times 1{,}4}{3{,}6} \simeq 1{,}866\text{ cm}}$

## Corrigé de l'exercice 14




Sur la figure ci-contre, on donne $EZ = 6$ cm, $ES = 16$ cm, $VK = 15{,}4$ cm et $EK = 11{,}2$ cm.
Démontrer que les droites $(KS)$ et $(VZ)$ sont parallèles.

.....................................................................................

Les points $V$, $E$, $K$ et $Z$, $E$, $S$ sont alignés dans le même ordre.
De plus $EV = VK - EK = 4{,}2$ cm.

$$\left.\begin{array}{l} \bullet \dfrac{EK}{EV} = \dfrac{11{,}2}{4{,}2} = \dfrac{112_{\div 14}}{42_{\div 14}} = \dfrac{8}{3} \\ \bullet \dfrac{ES}{EZ} = \dfrac{16}{6} = \dfrac{112_{\div 14}}{42_{\div 14}} = \dfrac{8}{3} \end{array}\right\} \text{Donc } \frac{EK}{EV} = \frac{ES}{EZ}.$$

D'après la **réciproque du théorème de Thalès**, $\boxed{\text{les droites } (KS) \text{ et } (VZ) \text{ sont parallèles.}}$

## Corrigé de l'exercice 15

►**1.** $DAF$ est un triangle rectangle en $A$ tel que : $AD = 2{,}8$ cm et $\widehat{ADF} = 32^\circ$.
Calculer la longueur $DF$.

...........................................

Dans le triangle $DAF$ rectangle en $A$,

$$\cos \widehat{ADF} = \frac{AD}{DF}$$

$$\cos 32 = \frac{2{,}8}{DF}$$

$$\boxed{DF = \frac{2{,}8}{\cos 32} \simeq 3{,}3\text{ cm}}$$

**►2.** $VMN$ est un triangle rectangle en $M$ tel que :
$MV = 5{,}9\,\text{cm}$ et $MN = 11{,}2\,\text{cm}$.
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{MNV}$.

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Dans le triangle $VMN$ rectangle en $M$,

$$\tan \widehat{MNV} = \frac{MV}{MN}$$

$$\tan \widehat{MNV} = \frac{5{,}9}{11{,}2}$$

$$\boxed{\widehat{MNV} = \tan^{-1}\left(\frac{5{,}9}{11{,}2}\right) \simeq 27{,}7^\circ}$$