## Exercice 1 -

Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{25}{13} - \frac{-20}{39} \times \frac{-13}{2}$$

$$A = \frac{25}{13} - \frac{-10 \times \cancel{2}}{3 \times \cancel{13}} \times \frac{-1 \times \cancel{13}}{1 \times \cancel{2}}$$

$$A = \frac{25}{13} - \frac{10}{3}$$

$$A = \frac{25_{\times 3}}{13_{\times 3}} - \frac{10_{\times 13}}{3_{\times 13}}$$

$$A = \frac{75}{39} - \frac{130}{39}$$

$$\boxed{A = \frac{-55}{39}}$$

$$B = \frac{7}{10} \times \left(\frac{11}{6} - \frac{-11}{7}\right)$$

$$B = \frac{7}{10} \times \left(\frac{11_{\times 7}}{6_{\times 7}} - \frac{-11_{\times 6}}{7_{\times 6}}\right)$$

$$B = \frac{7}{10} \times \left(\frac{77}{42} - \frac{-66}{42}\right)$$

$$B = \frac{7}{10} \times \frac{143}{42}$$

$$B = \frac{1 \times \cancel{7}}{10} \times \frac{143}{6 \times \cancel{7}}$$

$$\boxed{B = \frac{143}{60}}$$

$$C = \frac{\frac{-4}{3} - 5}{\frac{9}{4} - 8}$$

$$C = \frac{\frac{-4}{3} - \frac{5_{\times 3}}{1_{\times 3}}}{\frac{9}{4} - \frac{8_{\times 4}}{1_{\times 4}}}$$

$$C = \frac{\frac{-4}{3} - \frac{15}{3}}{\frac{9}{4} - \frac{32}{4}}$$

$$C = \frac{-19}{3} \div \frac{-23}{4}$$

$$C = \frac{-19}{3} \times \frac{-4}{23}$$

$$\boxed{C = \frac{76}{69}}$$

## Exercice 2 -

Calculer les expressions suivantes et donner l'écriture scientifique du résultat.

$$A = \frac{250 \times 10^{-7} \times 2{,}4 \times 10^{6}}{4 \times \left(10^{-6}\right)^{5}}$$

$$A = \frac{250 \times 2{,}4}{4} \times \frac{10^{-7+6}}{10^{-6\times 5}}$$

$$A = 150 \times 10^{-1-(-30)}$$

$$A = 1{,}5 \times 10^{2} \times 10^{29}$$

$$\boxed{A = 1{,}5 \times 10^{31}}$$

$$B = \frac{42 \times 10^{1} \times 480 \times 10^{3}}{11{,}2 \times \left(10^{9}\right)^{3}}$$

$$B = \frac{42 \times 480}{11{,}2} \times \frac{10^{1+3}}{10^{9\times 3}}$$

$$B = 1\ 800 \times 10^{4-27}$$

$$B = 1{,}8 \times 10^{3} \times 10^{-23}$$

$$\boxed{B = 1{,}8 \times 10^{-20}}$$

## Exercice 3 -

▶**1.** Les nombres 42 460 et 6 930 sont-ils premiers entre eux ?
42 460 et 6 930 se terminent tous les deux par zéro donc ils sont divisibles par 10.
42 460 et 6 930 ne sont donc pas premiers entre eux

▶**2.** Calculer le plus grand commun diviseur (PGCD) de 42 460 et 6 930.
On calcule le PGCD des nombres 42 460 et 6 930 en utilisant l'algorithme d'Euclide.

$$42\ 460 = 6\ 930 \times 6 + 880$$

$$6\ 930 = 880 \times 7 + 770$$

$880 = 770 \times 1 + 110$

$770 = 110 \times 7 + 0$

$\boxed{\text{Donc le PGCD de 42 460 et 6 930 est 110}}$.

▶**3.** Simplifier la fraction $\dfrac{42\ 460}{6\ 930}$ pour la rendre irréductible en indiquant la méthode.

$$\frac{42\ 460}{6\ 930} = \frac{42\ 460 \div 110}{6\ 930 \div 110}$$
$$= \boxed{\frac{386}{63}}$$

## Exercice 4 -

Développer et réduire les expressions suivantes.

$A = (x-1)(x+1)$

$A = x^2 - 1^2$

$\boxed{A = x^2 - 1}$

$B = (8x+6)^2$

$B = (8x)^2 + 2 \times 8x \times 6 + 6^2$

$\boxed{B = 64x^2 + 96x + 36}$

$C = (5x-6)^2$

$C = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 6 + 6^2$

$\boxed{C = 25x^2 - 60x + 36}$

$D = (-x+2)(5x-4)$

$D = -5x^2 + 4x + 10x + (-8)$

$\boxed{D = -5x^2 + 14x - 8}$

$E = -(3x-5)^2 - (-10x+7)(-7x-4)$

$E = -((3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2) - (70x^2 + 40x + (-49x) + (-28))$

$E = -(9x^2 - 30x + 25) - (70x^2 - 9x - 28)$

$E = -9x^2 + 30x - 25 - 70x^2 + 9x + 28$

$\boxed{E = -79x^2 + 39x + 3}$

$F = -(-10x+4)(10x+4) + (6x+2)^2$

$F = -(4^2 - (10x)^2) + (6x)^2 + 2 \times 6x \times 2 + 2^2$

$F = -(-100x^2 + 16) + 36x^2 + 24x + 4$

$F = 100x^2 - 16 + 36x^2 + 24x + 4$

$\boxed{F = 136x^2 + 24x - 12}$

## Exercice 5 -

Factoriser les expressions suivantes.

$A = -(6\,x+8)\,(-3\,x+10) + (6\,x+8)$

$A = -(6\,x+8)\,(-3\,x+10) + (6\,x+8) \times 1$

$A = (6\,x+8)\,\big(-(-3\,x+10)+1\big)$

$A = (6\,x+8)\,(3\,x-10+1)$

$\boxed{A = (6\,x+8)\,(3\,x-9)}$

$B = -(-9\,x+6)\,(-6\,x+6)+(-10\,x-10)\,(-9\,x+6)$

$B = (-9\,x+6)\,\big(-(-6\,x+6)-10\,x-10\big)$

$B = (-9\,x+6)\,(6\,x-6-10\,x-10)$

$\boxed{B = (-9\,x+6)\,(-4\,x-16)}$

$C = 64 - (-x-8)^2$

$C = 8^2 - (-x-8)^2$

$C = (8-x-8)\,\big(8-(-x-8)\big)$

$C = (8-x-8)\,(8+x+8)$

$\boxed{C = -x\,(x+16)}$

$D = (6\,x-8)\,(4\,x+6) + (4\,x+6)^2$

$D = (4\,x+6)\,(6\,x-8+4\,x+6)$

$\boxed{D = (4\,x+6)\,(10\,x-2)}$

$E = 81\,x^2 - 49 - (9\,x-7)\,(9\,x+5)$

$E = (9\,x)^2 - 7^2 - (9\,x-7)\,(9\,x+5)$

$E = (9\,x-7)\,(9\,x+7) - (9\,x-7)\,(9\,x+5)$

$E = (9\,x-7)\,\big(9\,x+7-(9\,x+5)\big)$

$E = (9\,x-7)\,(9\,x+7-9\,x-5)$

$\boxed{E = (9\,x-7) \times 2}$

$F = -36\,x^2 + 4$

$F = 2^2 - (6\,x)^2$

$\boxed{F = (6\,x+2)\,(-6\,x+2)}$

**Exercice 6 -**

On donne $A = -120\,x + 36 + 100\,x^2 - (-10\,x+6)\,(7\,x-6)$.

▶**1.** Développer et réduire $A$.

$A = 36 + 100\,x^2 - 120\,x - (-10\,x+6)\,(7\,x-6)$

$A = 100\,x^2 - 120\,x + 36 - (-70\,x^2 + 60\,x + 42\,x + (-36))$

$A = 100\,x^2 - 120\,x + 36 + 70\,x^2 - 102\,x + 36$

$\boxed{A = 170\,x^2 - 222\,x + 72}$

▶**2.** Factoriser $A$.

$A = 100\,x^2 + 36 - 120\,x - (-10\,x+6)\,(7\,x-6)$

$A = 100\,x^2 - 120\,x + 36 - (-10\,x+6)\,(7\,x-6)$

$A = (-10\,x+6)^2 - (-10\,x+6)\,(7\,x-6)$

$A = (-10\,x+6)\,\big(-10\,x+6-(7\,x-6)\big)$

$A = (-10\,x+6)\,(-10\,x+6-7\,x+6)$

$\boxed{A = (-10\,x+6)\,(-17\,x+12)}$

►**3.** Calculer $A$ pour $x = -1$.
Nous savons que $A = 170\,x^2 - 222\,x + 72$. Donc pour $x = -1$ :

$A = 170 \times (-1)^2 - 222 \times (-1) + 72$

$A = 170 + 222 + 72$

$\boxed{A = 464}$

►**4.** Résoudre l'équation $A = 0$.
Nous savons que $A = (-10\,x + 6)\,(-17\,x + 12)$. Nous devons donc résoudre $(-10\,x + 6)\,(-17\,x + 12) = 0$.
Un produit de facteurs est nul signifie qu'un des facteurs est nul. Donc :

$-10\,x + 6 = 0$ ou $-17\,x + 12 = 0$

$-10\,x = -6$ ou $-17\,x = -12$

$x = \dfrac{6}{10}$ ou $x = \dfrac{12}{17}$

Les solutions de cette équation sont $\dfrac{3}{5}$ et $\dfrac{12}{17}$.

**Exercice 7 -**

Résoudre l'équation :

$$\frac{-x+2}{2} + \frac{3\,x+7}{6} = \frac{-2\,x+7}{9}$$

$$\frac{(-x+2)_{\times 9}}{2_{\times 9}} + \frac{(3\,x+7)_{\times 3}}{6_{\times 3}} = \frac{(-2\,x+7)_{\times 2}}{9_{\times 2}}$$

$$\frac{-9\,x+18+9\,x+21}{\cancel{18}} = \frac{-4\,x+14}{\cancel{18}}$$

$39 = -4\,x + 14$

$+4\,x = 14 - 39$

$4\,x = -25$

$x = \dfrac{-25}{4}$

La solution de cette équation est $\dfrac{-25}{4}$.

**Exercice 8 -**

►**1.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ avec $a$ et $b$ entiers, $b$ le plus petit possible.

$A = 2\sqrt{8} - 5\sqrt{32} - \sqrt{18}$

$A = 2\sqrt{4} \times \sqrt{2} - 5\sqrt{16} \times \sqrt{2} - \sqrt{9} \times \sqrt{2}$

$A = 2 \times 2 \times \sqrt{2} - 5 \times 4 \times \sqrt{2} - 1 \times 3 \times \sqrt{2}$

$A = 4\sqrt{2} - 20\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$

$\boxed{A = -19\sqrt{2}}$

$B = \sqrt{45} \times \sqrt{80} \times \sqrt{20}$

$B = \sqrt{9} \times \sqrt{5} \times \sqrt{16} \times \sqrt{5} \times \sqrt{4} \times \sqrt{5}$

$B = 3 \times \sqrt{5} \times 4 \times \sqrt{5} \times 2 \times \sqrt{5}$

$B = 24 \times \left(\sqrt{5}\right)^2 \times \sqrt{5}$

$B = 24 \times 5 \times \sqrt{5}$

$\boxed{B = 120\sqrt{5}}$

►**2.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{c}$ avec $a$, $b$ et $c$ entiers.

$C = \left(2\sqrt{7} - 5\sqrt{3}\right)^2$

$C = \left(2\sqrt{7}\right)^2 - 2 \times 2\sqrt{7} \times 5\sqrt{3} + \left(5\sqrt{3}\right)^2$

$C = 4 \times 7 - 20\sqrt{21} + 25 \times 3$

$\boxed{C = 103 - 20\sqrt{21}}$

$D = \left(3\sqrt{10} + 5\sqrt{7}\right)^2$

$D = \left(3\sqrt{10}\right)^2 + 2 \times 3\sqrt{10} \times 5\sqrt{7} + \left(5\sqrt{7}\right)^2$

$D = 9 \times 10 + 30\sqrt{70} + 25 \times 7$

$\boxed{D = 265 + 30\sqrt{70}}$

►**3.** Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'un nombre entier.

$E = \left(3 - 2\sqrt{10}\right)\left(3 + 2\sqrt{10}\right)$

$E = 3^2 - \left(2\sqrt{10}\right)^2$

$E = 9 - 4 \times 10$

$\boxed{E = -31}$

$F = \dfrac{27\sqrt{8}}{6\sqrt{18}}$

$F = \dfrac{27 \times \sqrt{4} \times \cancel{\sqrt{2}}}{6 \times \sqrt{9} \times \cancel{\sqrt{2}}}$

$F = \dfrac{27 \times 2}{6 \times 3}$

$\boxed{F = 3}$

## Exercice 9 -

Résoudre le système d'équations suivant : $\begin{cases} -4x + 3y = 37 & (\times 5) \\ -7x - 5y = 34 & (\times 3) \end{cases}$

$\begin{cases} -20x + 15y = 185 \\ -21x - 15y = 102 \end{cases}$ On ajoute les deux lignes

$-20x \cancel{+15y} - 21x \cancel{-15y} = 185 + 102$

$-41x = 287$

$\boxed{x = \dfrac{287}{-41} = -7}$

$-4x + 3y = 37$ et $x = -7$ donc :

$-4 \times (-7) + 3y = 37$

$3y = 37 - 28$

$\boxed{y = \dfrac{9}{3} = 3}$

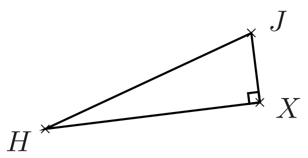
La solution de ce système d'équations est $(x;\ y) = (-7;\ 3)$.

Vérification : $\begin{cases} -4 \times (-7) + 3 \times 3 = 28 + 9 = 37 \\ -7 \times (-7) - 5 \times 3 = 49 - 15 = 34 \end{cases}$

## Exercice 10 -

Soit $HXJ$ un triangle rectangle en $X$ tel que $JX = 5{,}7\,\text{cm}$ et $HJ = 18{,}5\,\text{cm}$.
Calculer la longueur $HX$.

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .




Le triangle HXJ est rectangle en X donc, d'après le **théorème de Pythagore** :

$HJ^2 = JX^2 + HX^2$ (car $[HJ]$ est *l'hypoténuse*)

$HX^2 = HJ^2 - JX^2$ (On cherche $HX$)

$HX^2 = 18{,}5^2 - 5{,}7^2$

$HX^2 = 342{,}25 - 32{,}49$

$HX^2 = 309{,}76$

$\boxed{\text{Donc } HX = \sqrt{309{,}76} = 17{,}6\,\text{cm}}$

## Exercice 11 -

Soit $GKP$ un triangle tel que : $GP = 16{,}8\,\text{cm}$ , $GK = 19{,}5\,\text{cm}$ et $KP = 9{,}9\,\text{cm}$.
Quelle est la nature du triangle $GKP$ ?

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Le triangle GKP n'est ni isocèle, ni équilatéral.

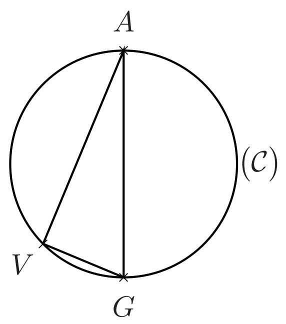
$$\left.\begin{array}{l} \bullet GK^2 = 19{,}5^2 = 380{,}25 \quad \text{([}GK\text{] est le plus grand côté.)} \\ \bullet KP^2 + GP^2 = 9{,}9^2 + 16{,}8^2 = 380{,}25 \end{array}\right\} \text{Donc } GK^2 = KP^2 + GP^2.$$

D'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, $\boxed{\text{le triangle } GKP \text{ est rectangle en } P.}$

## Exercice 12 -

$GAV$ est un triangle tel que $AG = 15{,}6\,\text{cm}$ et $GV = 6\,\text{cm}$.
$[AG]$ est un diamètre du cercle $(\mathcal{C})$.
Calculer la longueur $AV$.

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .




$[AG]$ est le diamètre du cercle circonscrit au triangle $GAV$.

$\boxed{\text{Donc le triangle GAV est rectangle en V.}}$

D'après le **théorème de Pythagore** :

$AG^2 = GV^2 + AV^2$ (car $[AG]$ est *l'hypoténuse*)

$AV^2 = AG^2 - GV^2$ (On cherche $AV$)

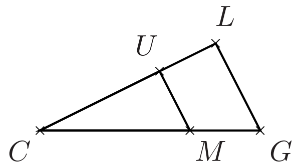
$AV^2 = 15{,}6^2 - 6^2$

$AV^2 = 243{,}36 - 36$

$AV^2 = 207{,}36$

$\boxed{\text{Donc } AV = \sqrt{207{,}36} = 14{,}4\,\text{cm}}$

## Exercice 13 -




Sur la figure ci-contre, les droites $(GL)$ et $(MU)$ sont parallèles.
On donne $GL = 3{,}6\,\text{cm}$, $CM = 5{,}5\,\text{cm}$, $CU = 4{,}9\,\text{cm}$ et $UL = 2{,}3\,\text{cm}$.
Calculer $CG$ et $MU$.

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Dans le triangle $CGL$, $M$ est sur la droite $(CG)$, $U$ est sur la droite $(CL)$ et les droites $(GL)$ et $(MU)$ sont parallèles.

D'après le **théorème de Thalès** : $\dfrac{\mathbf{CG}}{\mathbf{CM}} = \dfrac{\mathbf{CL}}{\mathbf{CU}} = \dfrac{\mathbf{GL}}{\mathbf{MU}}$

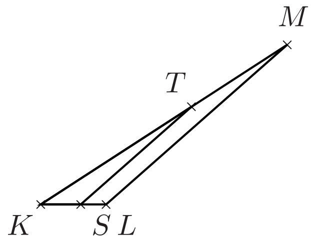
De plus $CL = UL + CU = 7{,}2\,\text{cm}$

$$\frac{CG}{5{,}5} = \frac{7{,}2}{4{,}9} = \frac{3{,}6}{MU}$$

$$\frac{7{,}2}{4{,}9} = \frac{CG}{5{,}5} \quad \text{donc} \quad \boxed{CG = \frac{5{,}5 \times 7{,}2}{4{,}9} \simeq 8{,}081\,\text{cm}}$$

$$\frac{7{,}2}{4{,}9} = \frac{3{,}6}{MU} \quad \text{donc} \quad \boxed{MU = \frac{3{,}6 \times 4{,}9}{7{,}2} = 2{,}45\,\text{cm}}$$

## Exercice 14 -




Sur la figure ci-contre, on donne $KL = 3{,}6\,\text{cm}$, $KM = 16{,}2\,\text{cm}$, $KT = 9{,}9\,\text{cm}$ et $SL = 1{,}4\,\text{cm}$.
Démontrer que les droites $(LM)$ et $(ST)$ sont parallèles

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Les points $K$, $S$, $L$ et $K$, $T$, $M$ sont alignés dans le même ordre.
De plus $KS = KL - SL = 2{,}2\,\text{cm}$.

$$\left.\begin{array}{l} \bullet \dfrac{KL}{KS} = \dfrac{3{,}6}{2{,}2} = \dfrac{36_{\div 2}}{22_{\div 2}} = \dfrac{18}{11} \\ \bullet \dfrac{KM}{KT} = \dfrac{16{,}2}{9{,}9} = \dfrac{162_{\div 9}}{99_{\div 9}} = \dfrac{18}{11} \end{array}\right\} \text{Donc } \frac{KL}{KS} = \frac{KM}{KT}.$$

D'après la **réciproque du théorème de Thalès**, $\boxed{\text{les droites } (LM) \text{ et } (ST) \text{ sont parallèles.}}$

## Exercice 15 -

▶**1.** $LCG$ est un triangle rectangle en $C$ tel que :
$CL = 1{,}8\,\text{cm}$ et $\widehat{CGL} = 24°$.
Calculer la longueur $GL$.

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Dans le triangle $LCG$ rectangle en $C$,

$$\sin\widehat{CGL} = \frac{CL}{GL}$$

$$\sin 24 = \frac{1{,}8}{GL}$$

$$\boxed{GL = \frac{1{,}8}{\sin 24} \simeq 4{,}42\,\text{cm}}$$

►**2.** $MOP$ est un triangle rectangle en $M$ tel que :
$MO = 2\,\text{cm}$ et $OP = 10{,}9\,\text{cm}$.
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{MOP}$.

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Dans le triangle $MOP$ rectangle en $M$,

$$\cos\widehat{MOP} = \frac{MO}{OP}$$

$$\cos\widehat{MOP} = \frac{2}{10{,}9}$$

$$\boxed{\widehat{MOP} = \cos^{-1}\left(\frac{2}{10{,}9}\right) \simeq 79{,}4^\circ}$$